受験番号

数

③ 中高　数学科　解答用紙

※受験番号は各ページの左上に記入すること。
※解答用紙は切り離さないこと。

受験番号

③ 中高　数学科　解　答　用　紙(1)

【2】	(1)	$\sqrt{3}$	(2)	$2x+1$
	(3)	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	(4)	⑤
	(5)	②		各7点×5

【2】計
35

【3】	(1)	△ADBと△BCAで ABは直径だから ∠ADB＝∠BCA＝90°…① 共通な辺だから AB＝BA…② $\overset{\frown}{AD}$に対する円周角より ∠ABD＝∠ACD…③ AB // DCより ∠BAC＝∠ACD…④ ③④より ∠ABD＝∠BAC…⑤ ①②⑤から 直角三角形で斜辺と1つの鋭角がそれぞれ等しいので △ADB≡△BCA //

【3】(1)小計
5

【3】	(2)	2	(3)	$3:\sqrt{3}$
	(4)	$\sqrt{3}$		各5点×4

【3】(2)~(4)小計	【3】計
15	20

受験番号

③ 中高　数学科　解　答　用　紙(2)

【4】

(1)

$$\begin{cases} x^2+y^2=10 \cdots ① \\ x+y=0 \cdots ② \end{cases}$$

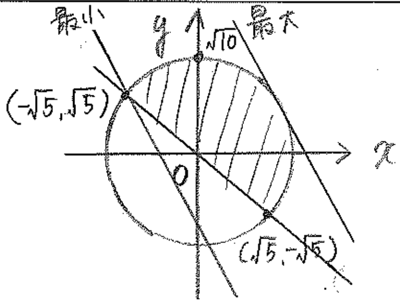
連立方程式①②を解くと、

$$2y^2=10$$
$$y^2=5$$
$$y=\pm\sqrt{5} \text{ より}$$

$(x,y)=(-\sqrt{5},\sqrt{5})(\sqrt{5},-\sqrt{5})$

領域Aは右図の斜線部分である。

(ただし、境界線を含む。)



$2x+y=k \cdots ③$ とおくと、

図より直線③が点 $(-\sqrt{5},\sqrt{5})$ を通るとき、k は最小値をとる。

$$k=2\times(-\sqrt{5})+\sqrt{5}=-\sqrt{5}$$

$(x,y)=(-\sqrt{5},\sqrt{5})$ のとき最小値 $-\sqrt{5}$

【4】(1)小計：10

(2)

(1)の図より直線③が円①と第1象限で接するとき k は最大となる。

円の中心 $O(0,0)$ と直線③ $2x+y-k=0$ との距離が $\sqrt{10}$ となるので

$$\frac{|-k|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{10} \text{ より}$$

$$k=\pm5\sqrt{2}$$

第1象限で接するので、$k=5\sqrt{2}$

円①と直線 $2x+y=5\sqrt{2}$ の接点は

$$x^2+(-2x+5\sqrt{2})^2=10$$
$$x^2-4\sqrt{2}x+8=0$$
$$(x-2\sqrt{2})^2=0$$
$$x=2\sqrt{2}$$

よって $(x,y)=(2\sqrt{2},\sqrt{2})$

$(x,y)=(2\sqrt{2},\sqrt{2})$ のとき

最大値 $5\sqrt{2}$ //

【4】(2)小計：10

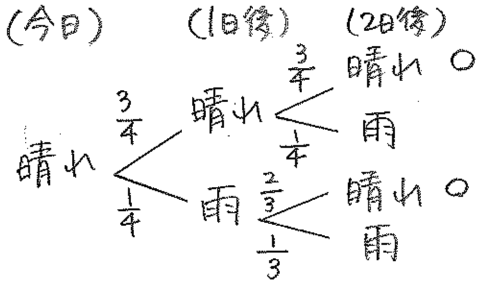
【4】計：20

受験番号

③ 中高　数学科　解　答　用　紙(3)

【5】

(1)

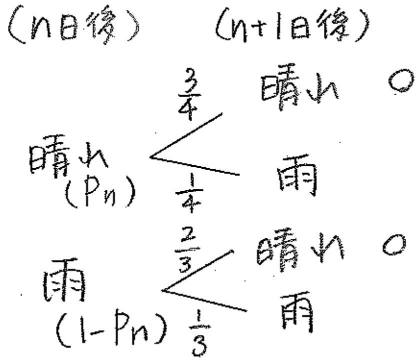


$$\frac{3}{4}\times\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{35}{48}$$

$\frac{35}{48}$ (答)

【5】(1)小計: 7

(2)



$$P_{n+1}=\frac{3}{4}P_n+\frac{2}{3}(1-P_n)$$
$$=\frac{1}{12}P_n+\frac{2}{3}$$

$P_{n+1}=\frac{1}{12}P_n+\frac{2}{3}$ (答)

【5】(2)小計: 7

(3)

$P_{n+1}=\frac{1}{12}P_n+\frac{2}{3}$

これを変形すると

$P_{n+1}-\frac{8}{11}=\frac{1}{12}\left(P_n-\frac{8}{11}\right)$

よって数列$\left\{P_n-\frac{8}{11}\right\}$は初項$P_1-\frac{8}{11}=\frac{3}{4}-\frac{8}{11}=\frac{1}{44}$

公比$\frac{1}{12}$の等比数列である。

$$P_n-\frac{8}{11}=\frac{1}{44}\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1}$$

$$P_n=\frac{1}{44}\left(\frac{1}{12}\right)^{n-1}+\frac{8}{11}$$ (答)

【5】(3)小計: 6

【5】計: 20

受験番号

③ 中高　数学科　解　答　用　紙(4)

【6】

(1)

$\log(2\cos x)=0$ より $2\cos x=1$

$\cos x=\frac{1}{2}$

$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ より　$x=\pm\frac{\pi}{3}$

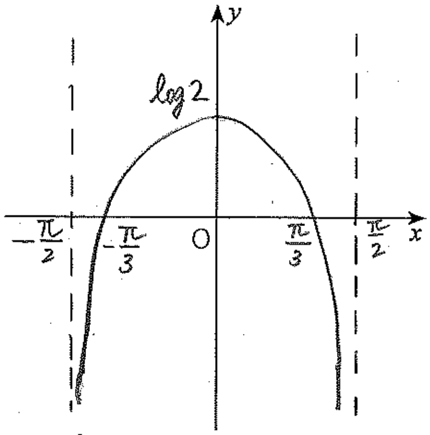
【6】(1)小計：5

(2)

$f'(x)=\dfrac{-2\sin x}{2\cos x}=-\tan x$

$f'(0)=0$ のとき、$-\frac{\pi}{2}<x<\frac{\pi}{2}$ より $x=0$

x	$-\frac{\pi}{2}$		0		$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\log 2$	$\searrow$	
		$-\infty$		$-\infty$	



$\lim_{x\to-\frac{\pi}{2}+0} f(x)=\lim_{x\to\frac{\pi}{2}-0} f(x)=-\infty$

漸近線は2直線 $x=\pm\frac{\pi}{2}$

$x=0$ のとき極大値 $\log 2$

【6】(2)小計：5

(3)

$\displaystyle\int\frac{1}{\cos x}dx=\int\frac{\cos x}{\cos^2 x}dx=\int\frac{\cos x}{1-\sin^2 x}dx$

$\sin x=t$ とおくと、$\cos x\frac{dx}{dt}=1$ より $\cos x\,dx=dt$

$\displaystyle(与式)=\int\frac{1}{1-t^2}dt=\frac{1}{2}\int\left(\frac{1}{1-t}+\frac{1}{1+t}\right)dt$

$=\frac{1}{2}\left(-\log|1-t|+\log|1+t|\right)+C$

$=\frac{1}{2}\log\dfrac{1+t}{1-t}+C$

$=\frac{1}{2}\log\dfrac{1+\sin x}{1-\sin x}+C$　(C:積分定数)

【6】(3)小計：5

(4)

$\displaystyle L=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{1+\{f'(x)\}^2}\,dx=2\int_0^{\frac{\pi}{3}}\sqrt{1+\tan^2 x}\,dx$

$\displaystyle=2\int_0^{\frac{\pi}{3}}\frac{1}{\cos x}dx=2\left[\frac{1}{2}\log\frac{1+\sin x}{1-\sin x}\right]_0^{\frac{\pi}{3}}$

$=\log\dfrac{1+\frac{\sqrt{3}}{2}}{1-\frac{\sqrt{3}}{2}}=\log\left(\dfrac{2+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}\times\dfrac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}}\right)$

$=2\log(2+\sqrt{3})$

【6】(4)小計：5

【6】計：20